УДК 519.854.2

Павлов О. А.,

Вознюк О. В.,

Жданова О. Г.

дослідження задачі дробово-лінійного програмування в умовах невизначеності

Робота присвячена дослідженню двох задач дробово-лінійного програмування в умовах невизначеності, які відрізняються критеріями знаходження компромісних розв’язків. Було розроблено та описано декілька планів експериментів та зроблені висновки щодо роботи критеріїв.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: НЕВИЗНАЧЕНІСТЬ, ДРОБОВО-ЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ, ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ, КОМПРОМІСНИЙ РОЗВ’ЯЗОК, КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ, ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ.

The article is devoted to two problems of linear fractional programming under uncertainty which differs in finding compromise solution criteria. Several experiment plans were made and its results were analyzed and described.

KEYWORDS: UNCERTAINTY, LINEAR FRACTIONAL PROGRAMMING, COMPROMISE SOLUTION, COMBINATORIAL OPTIMIZATION, DESIGN OF EXPERIMENTS.

**1. Вступ**

Невизначеність виникає, коли існує деяка множина альтернативних значень для одного и того самого параметра та достовірно невідомо яким чином шукати компромісний розв’язок. Таким чином .задачі в недетермінованій постановці часто виникають в ситуаціях, коли немає попередньої ймовірнісної оцінки можливих майбутніх ситуацій або значень параметрів, які їх характеризують.

Задачі дробово-лінійного програмування використовуються у випадку коли необхідно максимізувати (мінімізувати) значення відношення деяких функцій. Такий тип задач часто використовується при вирішення певних економічних проблем, наприклад, оптимізація відношення прибутку до витрат.

**2. Постановка задачі**

Задача комбінаторної оптимізації в умовах невизначеності має вигляд:



де — числа, — i-та довільна числовая характеристика допустимого розв’язку   — множина допустимих розв’язків.

Під невизначенністю тут розуміється невизначенність значень коефіцієнтів 

В роботах [1, 2] були викладені основи конструктивної теорії знаходження компромісного розв’язку для такого класу задач.

Задача дробово-лінійного програмування у детермінованій постановці має вигляд:



.

де , , , , — дійсні числа, — змінні задачи.

Для того, щоб при поясненнях уникнути необхідності розгляду множини різних можливих варіантів, припустимо, що на  накладаються такі обмеження, при яких знаменник в (2) строго додатній для всіх допустимих значень а також, що максимум є скінченним [3]:





Отже, існує R наборів коефіцієнтів   можливих значень коефіцієнтів  Знайти за заданими компромісними критеріями розв’язок задачі (1) – (2) в умовах сформульованої вище невизначеності. Метою є знайти такий компромісний розв’язок, який би задовільняв описаним нижче критеріям.

**3. Критерії оцінки розв’язків**

Критерій A

Знайти компромісний розв’язок  що задовольняє (3) і для якого виконується



де для задачі на мінімум:



а для задачі на максимум відповідно:



*Критерій B*

Якщо компромісного розв’язку, що задовольняє Критерію A не існує, то знайти що задовольняє (3) на якому досягається



де  - відомі експертні вагові коефіцієнти.

**4. Побудова компромісного розв’язу**

Як відомо [3], задача (2)-(3) зводиться до задачі лінійного програмування (ЗЛП) наступним чином.

Введемо нові змінні



Тоді задача (2)-(3) прийме вигляд







де 

По розв’язку ЗЛП (11) - (13) знаходиться оптимальний розв’язок задачі (2)-(3):  При цьому оптимальне значення функціоналів (2) і (11) приймають однакове значення.

**5. Знаходження компромісного розв’язку за критеріями A та B**

На Рисунку 1 зображена ідея знаходження компромісного розв’язку задачі в недетемінованій постановці.

Компромісний розв’язок () за критеріями A та B (якщо за критерієм A розв’язку не існує) знаходиться за розв’язком наступної ЗЛП:









Якщо вихідна задача (2) - (3) є задачею на максимум, то в задачі (14) - (17) нерівності (17) мають вигляд:



Chart, radar chart

Description automatically generated

Рисунок 1 – Ілюстрація знаходження оптимального розв’язку за умови невизначеності

**6. План експериментів**

Метою експериментів є дослідження залежності вихідних даних задачі від зміни деяких вхідних параметрів.

Далі будуть представлені результати експериментів трьох типів для випадку .

*Експеримент типу 1*

Мета – дослідження того, як впливає зміна величин встановлених допустимих відхилень значень часткових цільових функцій  на змінні задачі .

n - кількість експериментів.

Згенерувати задачу.

Проініціалізувати  та .

For n := 1 to 1000

Solve()





*Експеримент типу 2*

Мета – дослідження того, як впливає зміна вагових коефіціентів  на змінні задачі .

n - кількість експериментів.

Згенерувати задачу.

Проініціалізувати  та .

For n := 1 to 1000

Solve()





*Експеримент типу 3*

Мета – дослідження того, як впливає зміна вагових коефіціентів  на фактичні відхилення значення частковою цільової функції від оптимума .

n - кількість експериментів.

Згенерувати задачу.

Проініціалізувати  та .

For n := 1 to 1000

Solve()





**7. Аналіз результатів експериментів**

На рисунках 2 та 3 представлені результати експериментів, а саме - залежність вихідних величин  від .– величина, що показує наскільки ми повинні “посунутися” у випадку якщо не задовольняється обмеження (6). Тож бачимо, що при збільшенні величини зменшується  та як видно на Рисунку 3 при зменшенні величини  збільшується . Також можемо зробити висновок, що при деяких значеннях та  існує інтервал при якому значення  дорівнює нулю.

Graphical user interface

Description automatically generated with low confidence

Рисунок 2 – Результати експерименту типу 1 у випадку задачі на максимум

Graphical user interface, application, table, Excel

Description automatically generated

Рисунок 3 – Результати експерименту типу 1 у випадку задачі на мінімум

Chart

Description automatically generated

Рисунок 4 – Результати експерименту типу 2 у випадку задачі на максимум

Chart, bar chart

Description automatically generated

Рисунок 5 – Результати експерименту типу 2 у випадку задачі на мінімум

На рисунках 4 та 5 представлені результати експериментів, а саме залежність вихідних величин від .  – величина, що показує наскільки ми повинні “посунутися” у випадку якщо не задовольняється обмеження (6). Тож бачимо, що при збільшенні величини зменшується  та при зменшенні величини  збільшується .

Chart

Description automatically generated

Рисунок 6 – Результати експерименту типу 3 у випадку задачі на максимум.

Chart

Description automatically generated

Рисунок 7 – Результати експерименту типу 3 у випадку задачі на мінімум

На рисунках 6 та 7 можемо бачити залежність вихідних величин  від .  – величина, що показує різницю між оптимальним значенням цільової функції та тим значенням, що ми отримуємо при пошуку компромісного розв’язку при розв’язанні ЗДЛПУН. Тож бачимо, що при збільшенні величини w зменшується  та при зменшенні величини  збільшується.

**8. Висновки**

Аналіз результатів описаних експериментів показав, що показані залежності є логічними і не протирічать теоретичному матеріалу. А саме підтверджено, що встановлені допустимі відхилення значень часткових цільових функцій та вагові коефіцієнти впливають на величину на яку ми повинні “посунутися”, щоб розв’язати задачу за Критерієм В за умови, що Критерій А не виконується. Також підтверджено, що вагові коефіціенти впливають на значення різниці між значенням часткової цільової функції та оптимумом всієї задачі. Виявлено, що графіки описаних залежностей мають ступіньчасту форму і це в свою чергу потребує більш детального дослідження.

**9. Список використаної літератури**

1. Pavlov A.A. Optimization for one class of combinatorial problems under uncertainty. *Адаптивні системи автоматичного управління*. 2019. **1**. № 34. С. 81–89. doi: 10.20535/1560-8956.1.2019.178233.
2. Pavlov A.A. Combinatorial optimization under uncertainty and formal models of expert estimation. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ».* 2019. № 1. С. 3–7. [[doi](https://doi): 10.20998/2079-0023.2019.01.01](https://doi.org/10.20998/2079-0023.2019.01.01).
3. Г. Вагнер. Основы исследования операций, том 2. C.381.